

1-3
Y. I. PERELMAN

QIZIQARLI MATEMATIKA

MATEMATIKAGA DOIR
HIKOYALAR VA JUMBOQLAR

«SHARQ» NASHRIYOT-MATBAA
AKSIYADORLIK kompaniyasi
BOSH TAHRIRIYATI
TOSHKENT—2014

SO‘ZBOSHI

Hurmatli matematika ixlosmandlari!

Sizlarning ixtiyoringizga havola qilinayotgan ushbu kitob matematika va fizika fanlarini ommalashtirish ustida bir nechta qo‘llanmalar («Qiziqarli matematika», «Qiziqarli algebra», «Qiziqarli geometriya», «Qiziqarli fizika» va «Qiziqarli» so‘zi bilan boshlanadigan boshqa kitoblar) yaratgan Y. I. Perelmanning asarlari orasida eng sarasi hisoblanadi. Jahonda «Qiziqarli fanlar doktori» degan nomni olgan bu muallifning asarlari jahonning turli burchaklarida har xil tillarda qayta-qayta nashrdan chiqarilib, matematika ixlosmandlarining talab-ehhtiyojlarini qoniqtirib kelmoqda.

«Qiziqarli matematika» kitobi taniqli tarjimon A. T. Xo‘jaxonov tomonidan qo‘shimcha va to‘ldirishlar bilan ikki marta o‘zbek tilida chop etilgan. Tarjimaning silliqligi va tanlangan so‘zlarning jozibaliligi kitobxonni unda tavsiya qilingan jumboqlarni hal qilish uchun darhol kirishib ketishga chorlaydi. Shuni aytish kerakki, muallifning asarlaridagi tanlagan epigraflari ko‘p hollarda uning ichki dunyosi, asl maqsadini ochib beradi. Bu kitobda aynan shu holni kuzatamiz. Muallif Galileo Galileyning «Tabiat matematika tilida so‘zlaydi: bu tilning harflari — doiralar, uchburchaklar va boshqa geometrik shakllardir» degan fikriga asoslanib kitobxonda geometriyaga havas uyg‘otish va uni o‘rganishga qiziqishni tarbiyalash uchun kutilmagan natijalarga olib keluvchi rang-barang masalalar tanlashni o‘z oldiga maqsad qilib qo‘yadi, kitobxonlar e’tiborini L. N. Tolstoy, A. P. Chexov, Jyul Vern, Mark Tven, N. V. Gogol va A. S. Pushkin asarlarining tegishli betlariga murojaat qilishga undaydi. Geometriyani sinf xonasidan goh ochiq havoga, goh bepoyon dalalar va o‘rmonzorlar bag‘riga

olib chiqadi, goh uzundan uzoq keng yo'l va daryo qirg'og'iga chorlaydi. Muallif I. Nyutonning «Algebra tili – tenglamalardir» degan fikriga asoslanib, jumboqlar tenglamalarga keltiriladigan asar yozib qoldirdi.

Ruscha o'ninchi nashriga muvofiq keladigan o'zbekcha ikkinchi nashri 1975-yilda «O'qituvchi» nashriyoti tomonidan chop etilgan edi. Kitob tez orada qo'lma-qo'l bo'lib ketdi.

Muallifning boshqa asarlaridan bu kitobning farqi shundaki, undagi matematikaga doir turli-tuman qiziqarli materiallar kichik-kichik hikoyalar, jumboqlar tarzida bayon qilingan. Ularni hal etish uchun arifmetika va geometriyadan umumta'lim o'rta maktablari uchun matematikadan Davlat ta'lim standartlari doirasidagi bilimga ega bo'lishgina kifoya. Buni e'tiborga olib, kitobning ushbu nashrida mazmunan eskirib qolgan «Shifrlangan yozishma» va «Matematika va to'fon haqidagi afsona» nomli boblari tushirib qoldirildi. Kitobning oxirida maxsus muharrir prof. J. Ikromov tomonidan tayyorlangan «Matematik folklor namunalari» nomli materialni ilova tarzida berish lozim deb topildi.

Bu kitob umumiy o'rta maktab, litsey va kollej o'quvchilariga, shuningdek, bo'sh vaqtlarini mazmunli va qiziqarli o'tkazishga ishtiyoqmand bo'lgan katta yoshdagilarga mo'ljallangan.

Birinchi bob

NONUSHTA PAYTIDA AYTILGAN JUMBOQLAR

1. Daraxtdagi olmaxon

Dam olish uyida nonushta vaqtida stol tevaragiga yig'ilganlardan biri:

— Men bugun ertalab olmaxon bilan bekinmashoq o'ynadim, — dedi. — Sizlar o'rmonimizdagi to'garak yalanglikni va uning o'rtasidagi yakka qayin daraxtini bilasizmi? Ana o'sha daraxt orqasiga olmaxon mendan yashirindi. O'rmon ichidan o'sha yalanglikka chiqishim bilanoq olmaxonning tumshug'ini va daraxt orqasidan menga tikilib turgan jovdiragan ko'zlarini ko'rib qoldim. Men uni ko'rish uchun yaqiniga bormasdan, sekin-asta yalanglik chetida aylana boshladim. Daraxt atrofida to'rt martacha aylandim. Biroq mug'ombir ilgarigicha faqat tumshug'ini ko'rsatib, o'zini panaga olaverdi. Xullas, olmaxon atrofida aylanib o'tishning ilojini qilolmadim.

— Biroq, — deb luqma tashladi o'tirganlardan biri, siz daraxt atrofini to'rt marta aylanib chiqdim, dedingiz-ku?!

— *Men daraxt* atrofida aylandim, lekin olmaxon atrofida aylandim, deganim yo'q!

— Olmaxon daraxtda emasmi?

— Daraxtda bo'lsa nima bo'пти?

— Siz olmaxon atrofida ham aylangan bo'lasiz-da.

— Uning orqasini biron marta ham ko'rmagan bo'lsam, qanday qilib atrofida aylangan bo'laman.

— Orqasining nima hojati bor? Olmaxon markazda, siz aylana bo'ylab yurgansiz, demak, olmaxon atrofida aylangan bo'lasiz.

— Hech unday emas. Ko‘z oldingizga keltiring, men sizning atrofingizda doira bo‘ylab yurgan bo‘lay, siz esa menga orqa o‘girmay, hamisha men bilan betma-bet turib aylanavergan bo‘ling. Ayting-chi, shunda mening atrofimda aylanayapsiz, deya olasizmi?

— Albatta shunday deyman. Boshqacha qanday bo‘lishi mumkin?

— Garchi men sizning orqa tomoningizda bo‘lmasam ham, orqangizni ko‘rmasam ham atrofingizda aylangan bo‘lamanmi?

— Bir gapni hadeb qaytaravermang! Siz mening atrofimni aylanib chiqasiz. Gap ana shunda, gap orqani ko‘rishda emas.

— Kechirasiz, biror narsaning atrofida aylanishning ma‘nosi nima? Menimcha, bu faqat bitta narsani: ana o‘sha narsa hamma tomonidan ko‘rinadigan joylarga ketma-ket tura borishni bildiradi. Axir, to‘g‘rimi, professor? — deb bahslashayotgan kishi stol yonida o‘tirgan mo‘ysafidga murojaat qildi.

— Bahslaringiz asosan so‘zlar ustida ketayotir, — javob berdi keksa olim. — Bunday hollarda doimo hozirgina aytgan gapingizdan boshlash: so‘zlarning ma‘nosi to‘g‘risida kelishib olish kerak: «Narsaning atrofida harakat qilmoq» degan iborani qanday tushunish kerak? Bu iboraning ma‘nosi ikki xil bo‘lishi mumkin. Birinchidan, bu iboradan ichida narsa turgan yopiq yo‘l bo‘ylab harakat qilinayotganligini tushunish mumkin. Bu — bir xil tushunish. Ikkinchisi: narsaga nisbatan shunday harakat qilish kerakki, uni hamma tomonidan ko‘rish mumkin bo‘lsin. Birinchi tushunishni asos qilib olsangiz, olmaxon atrofidan to‘rt marta aylanib chiqqaningizni tan olishingiz kerak. Ikkinchi tushunishga amal qilsangiz, olmaxon atrofida bir marta ham aylanganim yo‘q, degan xulosaga kelishga majbursiz. Modomiki, ikkala tomon bir tilda so‘zlashar ekan va so‘zlarni bir xil tushunar ekan, tortishuvga o‘rin yo‘qligi ravshan.

— Juda soz, masalani ikki xil tushunish mumkin bo‘lsin. Harholda qay biri to‘g‘riroq bo‘ladi?

— Masalani bu tarzda qo'yish to'g'ri kelmaydi. Istalgan narsa haqida kelishib olish mumkin. Faqat ko'pchilikning tushunishiga uyg'un keladigan qaysi biri, deb so'rash o'rinli bo'ladi. Menga qolsa, birinchi tushunish tilning ruhi bilan yaxshiroq bog'lanadi, derdim. Nega desangiz, Quyosh o'z o'qi atrofida 25 kundan ortiqroq vaqtda to'la bir marta aylanib chiqadi.

— Quyosh aylanadimi?

— Albatta, Yer o'z o'qi atrofida aylangani singari, Quyosh ham aylanadi. Biroq siz Quyoshni sekinroq aylanadi, chunonchi, 25 kunda emas, balki 365 kun-u 6 soatda, ya'ni bir yilda bir marta aylanadi, deb tasavvur qiling. U holda Quyosh Yerga o'zining doimo bir tomoni bilan qaragan bo'lar edi. Quyoshning qarama-qarshi tomonini, «orqasi»ni biz hech qachon ko'rmagan bo'lar edik. Ammo shuning uchun birov, Yer Quyosh atrofida aylanmaydi, deb da'vo qila olarmidi?

— Ha, mana endi mening olmaxon atrofida aylanganim ravshan bo'ldi.

— O'rtoqlar! Bir taklif bor. Tarqalishib ketmanglar, — dedi tortishuvni tinglab o'tirganlardan biri. — Yomg'ir yog'ib turibdi. Shuning uchun hech kim sayrga chiqmaydi, yomg'ir esa hali-beri tinadiganga o'xshamaydi, shu yerda jumboqlar topish bilan vaqt o'tkaza qolaylik. Jumboq boshlandi. Endi har kim navbati bilan birorta jumboq o'ylab topsin yoki borini eslasin. Siz esa, professor, bizning oliy sudyamiz bo'lasiz.

— Agar jumboqlar ichida algebra yoki geometriya bo'lsa, men qatnashmayman, — dedi bir juvon.

— Men ham, — deb qo'ydi yana allakim.

— Yo'q, yo'q, hamma qatnashmog'i kerak! Biz bu yerda o'tirganlardan algebrani ham, geometriyani ham ishlatmasliklarini iltimos qilamiz. Basharti, juda sodda bo'lsa, boshqa gap. Qarshilik yo'qmi?

— Unday bo'lsa men ham qo'shilaman va birinchi bo'lib jumboq aytishga tayyorman, — dedi haligi juvon.

— Juda yaxshi, so'raymiz! Boshlayvering! — degan ovozlilar eshitildi har tomondan.

2. Umumiy o'choqboshida

Men aytadigan jumboq kommunal xonadonda turadigan oilalar orasida yuz bergan voqea. Bir nechta oila bir vaqtda foydalanadigan o'choqboshida ovqat pishirayotgan ayollardan biri (qulaylik uchun uni Uchxon deylik) o'choqqa 3 palyon o'tin yoqdi. Ikkinchisi (Beshxon) 5 palyon o'tin yoqdi. O'tinsiz degan ayol (bundan uning o'tini yo'qligini tushunasiz) ovqatini o'rtadagi qozonda pishirib olishga ruxsat oldi. O'tin haqi uchun u qo'shni ayollarga 8 tiyin* berib ketdi. Bu pulni Uchxon bilan Beshxon o'zaro qanday bo'lib olishlari kerak?

— Teng bo'lib olishadi, chunki O'tinsiz ularning olovidan bab-baravar foydalandi, — deb shosha-pisha javob berdi birov.

— Yo'g'-e, — deb uning so'zini bo'ldi boshqa birov, — ular pulni yoqqan o'tinlariga qarab olishlari kerak. 3 palyon yoqqan 3 tiyin, 5 palyon yoqqan — 5 tiyin oladi. Mana bu odilona taqsimlash bo'ladi, — dedi.

— O'rtoqlar, — deb so'z oldi o'yinni boshlagan va hozir yig'ilish raisi hisoblangan kishi. — Jumboqlarning yechimlarini hozircha e'lon qilmaylik. Bu jumboqlarni har bir kishi yana bir yaxshi o'ylab ko'rsin. To'g'ri javoblarni sudya bizga kechki ovqat vaqtida e'lon qiladi. Endigi so'z navbatdagi kishiga. Navbat Sizga, hurmatli o'quvchi!

3. Maktab to'garaklarining ishi

— Bizning maktabda, — deb so'z boshladi o'quvchi, — 5 xil to'garak bor: slesarlik, duradgorlik, foto, shaxmat va musiqa to'garaklari. Slesarlik to'garagi kunora mashg'ulot o'tkazadi, duradgorlik to'garagi 2 kun oshib uchinchi kuni, foto to'garagi har to'rtinchi kuni,

* Bu yerda va bundan keyingi o'rinlarda pul birliklari kitob yozilgan paytdagi birliklarda o'zgarishsiz qoldirildi.

shaxmat to‘garagi har beshinchi kuni va xor to‘garagi har oltinchi kuni mashg‘ulot o‘tkazadi. Birinchi yanvar kuni maktabda 5 ta to‘garakning hammasida mashg‘ulot o‘tkazildi, keyin mashg‘ulotlar rejada belgilangan kunlarda, jadvalga qattiq rioya qilingan holda olib borildi. Savol shuki, yilning birinchi choragida maktabda 5 ta to‘garakning hammasi mashg‘ulot o‘tkazgan yana qancha kecha bo‘lgan?

— Yil oddiy yilmi, kabisa yilmi? — deb birov o‘quvchidan so‘radi.

— Oddiy yil.

— Demak, birinchi chorakni, ya‘ni yanvar, fevral, martni 90 kun deb hisoblash kerak ekan-da?

— Albatta.

— Jumboqqa yana bir savol qo‘shishga ruxsat eting, — dedi professor. — Chunonchi, maktabda yilning o‘sha choragida to‘garak mashg‘ulotlari sira o‘tkazilmagan kechalar nechta bo‘lgan?

— Ha, tushundim! Hiyla ishlatilgan masala, — degan ovoz eshitildi. — Bu chorakda 5 ta to‘garakning hammasi baravariga yig‘iladigan bir kun ham va hech bir to‘garak mashg‘ulot o‘tkazmaydigan kun ham bo‘lmaydi. Bu ravshan!

— Nega? — so‘radi rais.

— Izohlab berolmayman, lekin masalaga javob topuvchi kishini chalg‘itmoqchi bo‘lishadi.

— Be, bu vaj emas. Sizning ko‘nglingizga kelgan narsa to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligi kechqurun ma‘lum bo‘ladi. Navbat sizga, o‘rtoq!

4. Kim ko‘p sanadi?

— Ikki kishi bir soat davomida yo‘lkada yonlaridan o‘tgan o‘tkinchilarni sanashdi. Ulardan biri uy darvozasi oldida, ikkinchisi yo‘lkada nari-beri borib-kelib turdi. O‘tkinchilarni kim ko‘p sanagan?

— Yurganda kishi ko‘proq sanaydi, bu ma‘lum narsa,— degan ovoz stolning narigi boshidan eshitildi.

— Javobini kechki ovqatdan keyin bilamiz, — dedi rais. — So‘z navbatdagi kishiga.

5. Bobo bilan nabira

— Men aytadigan voqea 1932-yilda yuz bergan. Tug‘ilgan yilimning so‘nggi ikki raqami qanday sonni ifodalasa, o‘sha vaqtda yoshim roppa-rosa o‘shancha edi. Men ana shu munosabatni bobomga aytsam, ular ham: tug‘ilgan yilimni ko‘rsatuvchi sonning oxirgi ikki raqami qancha bo‘lsa, men ham shuncha yoshdaman, deb meni hayron qoldirdilar. Menga bu tasodif mumkin emasday tuyuldi...

— O‘z-o‘zidan ma‘lum, mumkin emas, — deb luqma tashladi birov.

— Mumkin ekan. Bobom menga buni isbot qilib berdilar. O‘sha vaqtda har qaysimiz necha yoshda bo‘lganmiz?

6. Temir yo‘l chiptalari

— Men temir yo‘lda chipta sotaman, — deb gap boshladi navbatdagi o‘yin qatnashchisi bo‘lgan ayol. — Ko‘p kishilarga bu juda oson ish ko‘rinadi. Hatto kichkina bekatning chiptachisi ham turli xil chiptalar bilan ish ko‘rishi hech kimning xayoliga kelmaydi. Yo‘lovchilar bir bekatdan o‘sha yo‘ldagi boshqa har qanday bekatgacha va shu bilan birga ikki tomonga chipta ola bilishlari kerak. Men xizmat qiladigan yo‘lda 25 ta bekat bor. Sizingcha, temir yo‘l boshqarmasi bu yo‘lning hamma kassalari uchun har xil chiptadan qancha tayyorlagan?

— Navbat sizga, hurmatli uchuvchi, — dedi rais.

7. Vertolyotning uchishi

— Vertolyot Sankt-Peterburgdan to‘ppa-to‘g‘ri shimolga uchib ketdi. Shimol tomonga 500 km uchgach,

sharqqa burildi. Vertolyot shu tomonga 500 km uchib, janubga burildi va bu tomonga ham 500 km masofani o'tdi. Keyin u g'arbga burildi va 500 km masofani uchib, yerga qo'ndi. Vertolyotning qo'ngan joyi Sankt-Peterburgga nisbatan qay tomonda — g'arbdami, sharqdami, shimoldami yoki janubdami?

— Bizni go'l deb o'ylaysiz, shekilli, — dedi birov, 500 qadam olg'a, 500 qadam o'ngga, 500 qadam orqaga va 500 qadam chapga yursak, qayerga kelamiz? Qayerdan chiqqan bo'lsak, o'sha yerga kelamizda!

— Shunday qilib, sizningcha, vertolyot qayerga qo'ngan?

— O'sha Sankt-Peterburg aerodromiga, uchgan joyiga qo'ngan. Shunday emasmi?

— Albatta, shunday emas.

— Unday bo'lsa, men hech narsa tushunmas ekanman!

— Darhaqiqat, bu yerda bir ishkal bor, — dedi yonidagilardan biri. — Vertolyot Sankt-Peterburgga qo'nmaydimi?.. Masalani takrorlash mumkin bo'lmas-mikin?

Uchuvchi iltimosni bajonidil qondirdi. Odamlar uning so'zlarini diqqat bilan tinglab, hayron bo'lishib, birbirlariga qarashib oldilar.

— Mayli, — dedi rais. — Kechki ovqat paytigacha bu masala ustida o'ylab olishga ulguramiz, hozircha o'yinni davom ettiraveraylik.

8. Soya

— Menga ijozat bering, o'sha vertolyotni jumboqning sujeti qilib olay, — dedi navbatdagi jumboqchi. — Qaysi biri uzun: vertolyotmi yoki uning yerga tushgan to'la soyasimi?

— Butun jumboq bori shumi?

— Bori shu.

— Soya, albatta, vertolyotdan uzun bo‘ladi, chunki quyosh nurlari buklama yelpig‘ich singari yoyilib taraladi, — degan javob olindi.

— Menimcha, buning aksi — quyosh nurlari parallel. Shu sababli soyaning uzunligi bilan vertolyotning uzunligi bir xil, — dedi ikkinchi bir kishi.

— Qiziqmisiz? Bulut orqasiga yashiringan quyoshdan tarqalgan nurlarni ko‘rmaganmisiz? Shunday paytda quyosh nurlarining barala yoyilib, tarqalib turganini ochiq-ravshan ko‘rib ishonish mumkin. Bulutning soyasi bulutning o‘zidan katta bo‘lgani singari vertolyotning soyasi ham vertolyotdan xiyla katta bo‘lishi kerak.

— Nima uchun quyosh nurlari parallel deb qabul qilinadi? Dengizchilar, astronomlar — hamma shunday deb hisoblaydi...

Rais munozarani qizitishga yo‘l qo‘ymay, navbatdagi jumboqchiga so‘z navbatini beribdi .

9. Gugurt cho‘plaridan masala

Navbatdagi notiq gugurt qutichasidagi hamma cho‘pni stol ustiga to‘kib, ularni uch to‘pga ajrata boshladi.

Gulxan yoqmoqchimisiz? — deb hazillashib qo‘yishdi o‘tirganlar.

— Jumboq gugurt cho‘plari bilan bo‘ladi, — deb tushuntira boshladi jumboqchi. — Mana, cho‘plarning soni har xil bo‘lgan uch to‘p. Uchala to‘pda 48 ta cho‘p bor. Har qaysi to‘pda nechta cho‘p borligini sizlarga aytmayman. Ammo shuni uqib oling: agar men birinchi to‘pdan ikkinchi to‘pga, shu ikkinchi to‘pda bo‘lgan qadar cho‘pni olib qo‘ysam, keyin ikkinchidan uchinchiga shu uchinchida bo‘lgan qadar cho‘pni olib qo‘ysam, va nihoyat, uchinchi to‘pdan birinchiga shu birinchida bo‘lgancha cho‘pni olib qo‘ysam, hamma

to'pdagi cho'plar soni bir xil bo'ladi. Boshqa har qaysi to'pda nechta cho'p bo'lgan?

10. Sehrli to'nka

— Bu jumboq, — deb so'z boshladi so'nggi jumboqchining yonidagi odam, — butun boshli bir hikoya bo'lib, ancha qiziq. Bu jumboqni bundan bir necha yil ilgari bir qishloq matematigi menga bergan edi. Bir dehqon o'rmonda notanish bir cholni uchratib qolgan. Ikkovlari gaplashib qolishgan. Chol dehqonni boshdan oyoq ko'zdan kechirib, bunday degan:

— Bu o'rmonda bir ajoyib xosiyatli to'nka bor. Muhtojlik tortib qolgan kishiga katta yordam beradi.

— Qanday yordam beradi? Davolab tuzatadimi?

— Davolashga-ku davolamaydi-ya, lekin pulingni ikki hissa oshirib beradi. Pul solingan hamyonni shu to'nka tagiga qo'yib, birdan yuzgacha sanasang, bas: hamyondagi pul ikki baravar ko'payib qoladi. Bu to'nkaning ana shunday xosiyati bor. Ajoyib to'nka!

— Men ham bir sinab ko'rsammikan, — dedi dehqon xayol surib.

— Sinab ko'rsang bo'ladi. Lekin haqini to'lashing kerak.

— Haqi qancha? Kimga to'lanadi?

— Yo'l ko'rsatgan kishiga to'lanadi. Demak, menga. Qancha to'lash kerakligini alohida gaplashamiz.

Ikkovlari savdolasha boshlashdi. Dehqonning hamyonida pul ozligini bilgan chol pul har safar ikki hissa bo'lgandan keyin 1 so'm 20 tiyindan olishga rozi bo'ldi. Ular shu qarorga kelishdi.

Chol dehqonni o'rmon ichkarisiga boshlab kirib, u bilan uzoq vaqt kezib yurdi, nihoyat, butalar orasidan eski, ustini yo'sin bosgan qora qarag'ay to'nkani topdi. U dehqonning qo'lidan hamyonini olib, to'nkaning ildizlari orasiga qistirib qo'ydi. Ikkalalari yuzgacha sanashdi.

Chol yana to'nka atrofida aylanishib, nimalarnidir timirskilay boshladi, oxiri u yerdan hamyonni sug'urib olib, dehqonga berdi.

Dehqon hamyonni ochib qaragan edi, undagi pul darhaqiqat ikki hissa ortibdi! Cholga va'da qilgan 1 so'm 20 tiyinni hamyondan olib berdi va hamyonni yana qayta o'sha sehrli to'nka tagiga qo'yishni iltimos qildi.

Yana yuzgacha sanashdi, chol yana to'nka yonberidagi butalarni timirskilay boshladi. Bir vaqt qarasarlar, hamyondagi pul yana ikki hissa bo'libdi. Chol va'da qilingan 1 so'm 20 tiyinni yana hamyondan oldi.

Hamyonni uchinchi marta to'nka ostiga yashirishdi. Bu gal ham pul ikki hissa bo'ldi. Biroq dehqon cholga va'da qilgan pulini to'lagach, hamyonda bir so'm ham qolmadi. Boyaqish dehqon bu hiyla-nayrang oqibatida bor pulidan ajradi. Ikki hissa oshirish uchun bir pul ham qolmadi, dehqon o'kina-o'kina o'rmondan chiqib ketdi.

Pulni sehr bilan ikki hissa ko'paytirish siri sizga, albatta, ma'lum: chol hamyonni topishdan oldin to'nka atrofidagi butalarni bekorga timirskilamagan. Ammo siz boshqa savolga javob bera olasizmi: sehrli to'nka yonida qilingan mash'um tajribalardan ilgari dehqonning qancha puli bo'lgan?

11. Dekabr haqida masala

— O'rtoqlar, men tilshunosman, har qanday matematikadan uzoqman, — deb gap boshladi jumboq aytishga navbati kelgan keksa odam. — Shuning uchun mendan matematika masalasini kutmanglar. O'zimga tanish sohadan bitta masala berishim mumkin. Taqvimga doir jumboq aytishga ruxsat etsangiz.

— So'raymiz!

— O'n ikkinchi oy bizda «dekabr» deb ataladi. Xo'sh, «dekabr»ning ma'nosini bilasizmi? Bu so'z yunoncha «deka», ya'ni o'n degan so'zdan kelib chiqqan bo'lib,

«dekalitr» — o'n litr, «dekada» — o'n kun va hokazolar ham ana shundandir. Shunga qaraganda, dekabr oyi «o'ninchi oy» degan so'z bo'lsa kerak. Bunday chalkashlikning sababi nima?

— Mana endi atigi bitta jumboq qoldi, — dedi rais.

12. Arifmetikaga doir fokus

— Menga hammadan keyin, o'n ikkinchi bo'lib so'z olishga to'g'ri keladi. Jumboqlar xilma-xil bo'lishi uchun sizlarga arifmetikadan fokus ko'rsataman va sizdan uning sirini ochib berishingizni so'rayman. Buning uchun birortangiz, masalan, siz, o'rtoq rais, menga bildirmasdan qog'ozga uch xonali istagan sonni yozing.

— Bu sonda nollar bo'lsa ham maylimi?

— Hech qanday shart qo'ymayman. Xohlaganingizcha uch xonali son yozavering.

— Yozdim. Endi nima qilay?

— Shu son yoniga yana o'sha sonning o'zini yozing. Albatta, soningiz olti xonali bo'ladi.

— Ha, shunday. Olti xonali son hosil bo'ldi.

— Qog'ozni mendan narigi tomonda o'tirgan qo'shningizga uzating. U kishi shu olti xonali sonni yettiga bo'lsin.

— Yettiga bo'ling, deyish oson! Balki bo'linmas.

— Tashvishlanmang, qoldiqsiz bo'linadi.

— Sonni ko'rmay-bilmay turib, bo'linadi deysiz-a.

— Avval bo'ling, keyin gaplashamiz.

— Toleyingizga, haytovur, bo'lindi.

— Chiqqan natijani yoningizdagi kishiga bering. U kishi shu sonni 11 ga bo'lsin.

— Yana qoldiqsiz bo'linadi, deb o'ylaysizmi?

— Bo'lavering, qoldiq chiqmaydi.

— Darhaqiqat, qoldiqsiz chiqdi. Endi nima qilay?

— Natijani siz ham qo'shningizga uzating. Bu natijani, 13 ga bo'la qolaylik.

— Uncha yaxshi son tanlamadingiz. 13 ga kamdan kam son qoldiqsiz bo‘linadi... Yo‘g‘-e, bo‘linar ekan. Ishingiz o‘ngidan keldi!

— Natija yozilgan qog‘ozni menga bering; qog‘ozni oldin buklang, toki men sonni ko‘rmay.

«Fokuschi» qog‘ozni ochmagan holda raisga uzatdi.

— O‘zingiz o‘ylab qo‘ygan sonni olishga marhamat eting. To‘g‘ri ekanmi?

— Juda to‘g‘ri! — dedi rais, qog‘ozga tikilganча taajjublanib. — O‘ylagan sonimning xuddi o‘zginasiya...

— Endi so‘zga chiquvchilar qolmagani uchun majlisimizni yopishga ijozat bering. Xayriyat, yomg‘ir ham tina qoldi. Jumboqlarga beriladigan javoblar shu bugun kechki ovqatdan keyin e‘lon qilinadi. Javoblar yozilgan qog‘ozlarni menga berishlaringiz mumkin.

1—12-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

1. Yalanglikdagi olmaxon jumbog‘ining yechilishi ilgari batafsil qarab chiqilgan edi. Ikkinchisiga o‘tamiz.

2. Har bir palyon o‘tinga 1 tiyindan, 8 palyonga 8 tiyin to‘langan, deb bo‘lmaydi. Holbuki, ko‘p kishilar shunday deb o‘ylaydi. Bu pul 8 palyonning atigi uchdan bir qismiga to‘langan, chunki olovdan uch kishi baravariga foydalangan. Bundan chiqadigan xulosa shuki, 8 palyonning hammasi 800×3 , ya‘ni 24 tiyin va bir palyonning bahosi 3 tiyin ekani chiqadi.

Endi har qaysi ayolga qancha pul tegishini bilish oson. Beshxon 5 palyon uchun 15 tiyin olishi kerak; ammo uning o‘zi o‘choqdan 8 tiyinlik foydalandi; demak, u tag‘in $15 - 8$, ya‘ni 7 tiyin olishi kerak. Uchxon o‘zining 3 palyoni uchun 9 tiyin olishi kerak, agar bundan 8 tiyinni, ya‘ni o‘choqdan foydalangan haqini chegirib tashlasak, 1 tiyin tegadi.

Shunday qilib, to‘g‘ri taqsim qilinganda, Beshxon 7 tiyin, Uchxon 1 tiyin olishi kerak.

3. Maktabda necha kundan keyin 5 ta to'garakning hammasi yana bir vaqtda yig'iladi, degan birinchi savolga, agar 2 ga, 3 ga, 4 ga, 5 ga va 6 ga qoldiqsiz bo'linadigan hamma sonlardan eng kichigini topa olsak, osongina javob beramiz. Bu son 60 ekanligini bilish qiyin emas. Demak, oltmish birinchi kuni yana 5 ta to'garak yig'iladi: slesarlik to'garagi — 30 ta ikki kunlikdan keyin, duradgorlik to'garagi — 20 ta uch kunlikdan keyin, foto to'garagi — 15 ta to'rt kunlikdan keyin, shaxmat to'garagi — 12 ta besh kunlikdan keyin va musiqa to'garagi — 10 ta olti kunlikdan keyin yig'iladi. 60 kun o'tmaguncha bunaqa kecha bo'lmaydi. Navbatdagi shunday kecha yana 60 kundan keyin, ya'ni ikkinchi chorakda bo'ladi.

Xullas, 5 ta to'garakning hammasi mashg'ulot uchun klubga yana bir vaqtda yig'iladigan kecha birinchi chorak davomida atigi bitta bo'ladi.

Masalaning: «To'garak mashg'ulotlaridan xoli bo'lgan kechalar nechta bo'ladi?» degan ikkinchi savoliga javob topish ancha mushkul. Bunday kunlarni topish uchun 1 dan 90 gacha hamma sonni yozib va shu qatordagi slesarlik to'garagi ishlaydigan kunlarni, ya'ni 1-, 3-, 5-, 7-, 9- va hokazo kunlarni o'chirish kerak. Keyin duradgorlik to'garagi ishlaydigan kunlar: 4-, 7-, 10- va hokazo kunlar o'chiriladi. Buning ketidan foto to'garagi, shaxmat va musiqa to'garaklari ishlaydigan kunlarni o'chirganimizdan so'ng birinchi chorakda hech qaysi to'garak ishlamagan kunlar o'chirilmay qoladi.

Bu ishni qilib ko'rgan kishi birinchi chorakda mashg'ulotdan xoli bo'lgan kechalar anchagina, ya'ni 24 kun ekanini biladi: yanvarda 8 kun, chunonchi: 2-, 8-, 12-, 14-, 18-, 20-, 24- va 30-kunlar. Fevralda bunday kunlar 7 ta, martda 9 ta.

4. Ikkovlari ham bir xil sonda o'tkinchilarni sanashgan. Darvoza oldida turgan kishi garchi har ikki tomonga o'tganlarni sanagan bo'lsa ham, yurib turgan kishi duch kelgan odamlarni ikki baravar ko'p ko'rgan.

Boshqacha fikr yuritish ham mumkin. Yo'lkada nari-beri yurib turgan sanovchi darvoza oldida turgan o'rtog'i yoniga birinchi marta qaytganda ular baravar sonda o'tkinchilarni sanashgan bo'ladi — bir joyda turgan sanovchi yonidan (xoh u yoqdan, xoh bu yoqdan) o'tgan har bir o'tkinchi nari-beri yurib turgan sanovchi yonidan ham o'tadi. Yurib turgan sanovchi har safar turgan o'rtog'i yoniga qaytganda o'rtog'i sanagancha o'tkinchilarni sanagan bo'ladi. Ular soat oxirida eng keyingi uchrashganlarida bir-birlariga sanoq natijalarini aytganlarida ham shunday bo'ladi.

5. Birinchi qarashda masala haqiqatan noto'g'ri tuzilganday ko'rinadi: go'yo bobo bilan nabiraning yoshlari baravarday tuyuladi. Biroq masalaning talabi osongina qondirilishini hozir ko'ramiz.

Nabira XX asrda tug'ilgani ma'lum. Demak, u tug'ilgan yilning oldingi ikki raqami 19: yuzlar soni shunday. Qolgan raqamlari bilan ifodalanadigan son o'z-o'zi bilan qo'shilganda 32 bo'lishi kerak. Demak, bu son 16. Bundan chiqadiki, nabiraning tug'ilgan yili 1916-yil bo'lishi kerak. 1932-yilda nabira 16 yoshda bo'lgan.

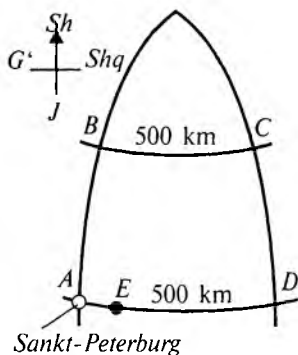
Shunday qilib, nabira bilan bobo tug'ilgan yillarining keyingi ikki raqami qanchani ifodalasa, 1932-yilda ularning yoshlari o'shancha bo'lgan.

6. Yo'lovchilar 25 ta bekatdan istagan bekatga, ya'ni 24 ta bekatga chipta talab qilishlari mumkin. Demak, $25 \times 24 = 600$ xil chipta bosib chiqarish kerak.

Agar yo'lovchilar chiptani bir tomonga («borishga») emas, balki qaytishga ham («borish-kelishga») olishni xohlasalar, u holda chipta xillarining soni yana ikki hissa ortadi, ya'ni 1200 xil chipta bosib chiqarish kerak bo'ladi.

7. Bu masalada hech qanday qarama-qarshilik yo'q. Vertolyot kvadrat konturi bo'ylab uchgan, deb o'ylamaslik lozim: Yerning sharsimon shaklini hisobga

olish kerak. Gap shundaki, meridianlar shimolga tomon borgan sari bir-biriga yaqinlashaveradi (1-rasm). Shu sababdan vertolyot Sankt-Peterburg kengligidan 500 km shimolda joylashgan parallel doira bo'ylab 500 km uchgandan, keyin yana Sankt-Peterburg kengligida bo'lib, sharqdan g'arbga tomon shuncha masofani uchib o'tganiga qaraganda ko'proq sondagi



1-rasm.

darajalarni o'tgan bo'ladi. Natijada vertolyot uchishini tamomlab, Sankt-Peterburgdan sharqda qo'ngan.

Qancha sharqda? Buni hisoblab chiqish mumkin. 1-rasmda siz vertolyotning *ABCDE* marshrutini ko'rasiz. *N* nuqta shimoliy qutb; *AB* va *CD* meridianlari shu nuqtada birlashadi. Vertolyot avval shimolga, ya'ni *AN* meridiani bo'ylab 500 km uchdi. Meridian bo'ylab 1 darajaning uzunligi 111 km bo'lgani uchun 500 km uzunlikdagi meridian yoyi $500 : 111 = 4,5^\circ$ bo'ladi. Sankt-Peterburg 60-parallelda, demak, *B* nuqta $60^\circ + 4,5^\circ = 64,5^\circ$ parallelda bo'ladi. So'ngra vertolyot sharqqa, ya'ni *BC* parallel bo'ylab uchib, 500 km yo'l bosdi. Shu paralleldagi 1 darajaning uzunligini hisoblash (yoki jadvallardan bilish) mumkin; 1° ning uzunligi taxminan 48 km. Bundan vertolyotning sharqqa tomon necha daraja uchganini aniqlash oson: $500 : 48 = 10,4^\circ$. So'ngra vertolyot janub tomonga, ya'ni *CD* meridian bo'ylab uchdi va 500 km masofani o'tib, yana Sankt-Peterburg parallelida bo'lishi kerak bo'ldi. Endi g'arbga, ya'ni *AD* bo'ylab uchishi kerak; bu yo'lning 500 kilometri *AD* masofadan qisqa ekani ravshan. *BC* masofada necha daraja bo'lsa, *AD* da ham o'shancha, ya'ni $10,4^\circ$ bo'ladi. Biroq 60° kenglikdagi 1° ning uzunligi taxminan

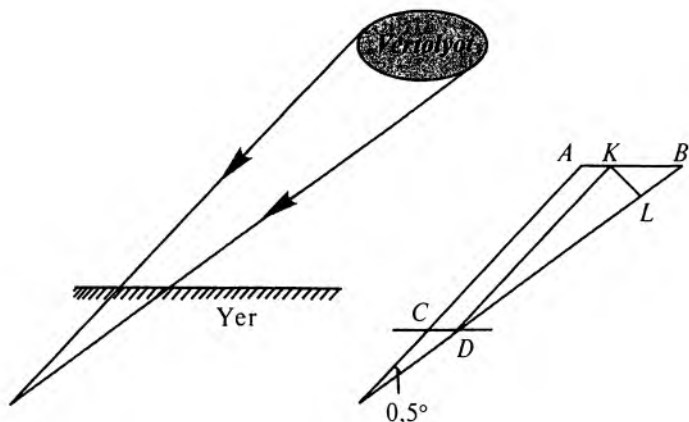
55,5 km ga teng. Demak, A bilan D orasidagi masofa $55,5 \times 10,4 = 577$ km. Ko'ramizki, vertolyot Sankt-Peterburgga qo'na olmagan. U shaharga yetishiga 77 km qolgan joyda, ya'ni Ladoga ko'li tepasida bo'lgan va faqat suvga qo'nishi mumkin bo'lgan.

8. Bu masala ustida suhbat qilganlar bir qancha xatoga yo'l qo'yishgan. Yer shariga tushayotgan quyosh nurlari sezilarli darajada yoyilib tarqaladi (bir-birlaridan uzoqlashadi) deyish noto'g'ri. Yerdan Quyoshgacha bo'lgan masofaga nisbatan Yer shu qadar kichikki, Yer yuzining biror qismiga tushayotgan quyosh nurlari bir-birlaridan sezilmaydigan darajada, g'oyat kichik burchakka uzoqlashadi; amalda esa bu nurlarni parallel deb hisoblash mumkin.

Uzun parallel chiziqlar oxiri borib tutashadiganday tuyuladi; uzoqqa cho'zilib ketgan relslar yoki uzun xiyobon ko'rinishini tasavvur qiling.

Ammo quyosh nurlari yerga parallel taram-taram bo'lib tushgani uchun vertolyotning to'la soyasining uzunligini vertolyotning o'ziga teng deb bo'lmaydi. 2-rasmga nazar solsangiz, vertolyotning fazodagi to'la soyasi yerga tomon torayib borganligini, demak, vertolyotdan yer betiga tushayotgan soya vertolyotning o'zidan qisqa (AB dan CD kichik) bo'lishi kerakligini anglaysiz.

Agar vertolyotning yerdan qancha balandlikda ekanini bilsak, bu tafovutning qanchalik katta ekanini ham hisoblab chiqishimiz mumkin. Faraz qilaylik, vertolyot yerdan 100 m balandlikda uchayotgan bo'lsin. AC va BD to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchak Quyoshning yerdan ko'rinadigan burchagiga teng; bu burchak ma'lum: $0,5^\circ$ chamasida. Ikkinchi tomondan, ma'lumki, $0,5$ darajali burchak ostida ko'ringan har qanday narsa ko'zdan o'z uzunligining 115 hissasi qadar uzoqlashgan bo'ladi. Demak, KL kesma (bu kesma yerdan $0,5$ darajali burchak ostida ko'rinadi) AC ning 115 dan bir ulushini tashkil etishi kerak. AC ning uzunligi A dan yer sirtigacha bo'lgan



2-rasm.

tik masofadan katta. Quyosh nurlari yo'nalishi bilan yer sirti orasidagi burchak 45° bo'lsa, u holda AC (vertolyot 100 m balandlikda bo'lganda) 140 m chamasida bo'ladi. Demak, $KL = 140/115 \approx 1,2$ m bo'ladi.

Lekin vertolyotning uzunligi o'z soyasi uzunligidan ortiq, ya'ni KB kesma KL kesmadan 1,4 marta katta, chunki KBD burchak deyarli aniq 45° ga teng. Demak, KB kesma $1,2 \times 1,4$ ga teng; bu esa 1,7 m chamasida.

Yuqorida aytilgan hamma gap vertolyotning to'la soyasiga tegishli bo'lib, *nim soya* deb atalgan xira soyaga aloqasi yo'q.

Hisobimiz shuni ko'rsatadiki, agar vertolyot o'rnida diametri 1,7 m dan kichik bo'lgan havo shari bo'lsa, u hech qachon to'la soya bermas edi; uning xiragina nim soyasi ko'rinar edi, xolos.

9. Bu masala oxiridan boshlab yechiladi. To'plardagi gugurt cho'plarini biridan biriga olib qo'ygandan keyin to'pdagi cho'plar soni baravar bo'lganligiga asoslanib ish ko'ramiz. Gugurt cho'plarini to'pdan to'pga olib qo'yganimiz bilan cho'plarning umumiy soni o'zgar-may, ilgari-gicha (48 ta) qolganligi sababli to'pdan to'pga

olib qo'yishlar pirovardida har qaysi to'pda 16 tadan gugurt cho'pi bo'ldi.

Shunday qilib, eng oxirida to'plardagi cho'plar soni:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
16	16	16

Bunda bevosita ilgari, 1-to'pga oldin unda qancha cho'p bo'lsa, o'shancha cho'p qo'shildi. Boshqacha aytganda, bu to'pdagi gugurt cho'plari soni ikki hissa oshdi. Demak, cho'plarni so'nggi marta olib qo'yishgacha 1-to'pda 16 ta emas, atigi 8 ta cho'p bo'lgan. 3-to'pda esa (undan 8 ta cho'p olindi) undan oldin $16 + 8 = 24$ ta cho'p bo'lgan.

Endi to'plardagi cho'plar soni bunday bo'ladi:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
8	16	24

So'ngra bundan oldin 2-to'pdan 3-to'pga shu 3-to'pda qancha bo'lsa, shuncha cho'p olib qo'yilganini bilamiz. Demak, 24 soni 3-to'pda shu olib qo'yishgacha bo'lgan cho'plarning ikki hissa oshirilgan sonidir. Bundan gugurt cho'plarining birinchi olib qo'yishdan keyingi taqsimotini bilamiz:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
8	$16 + 12 = 28$	12

Birinchi olib qo'yishdan oldin (ya'ni 1-to'pdan 2-to'pga shu 2-to'pda bo'lgani qadar cho'p olib qo'yishdan oldin) gugurt cho'plari taqsimoti bunday bo'lgan:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
22	14	12

To'plardagi gugurt cho'plarining dastlabki sonlari ana shunday bo'lgan.

10. Bu jumboqni ham oxiridan boshlab yechish oson. Ma'lumki, uchinchi safar ikki hissa oshirilgandan keyin hamyonda 1 so'm 20 tiyin bo'lgan (bu pulni chol so'nggi marta olgan). Shu safargi ikki hissa oshirishgacha qancha pul bo'lgan? Albatta, 60 tiyin bo'lgan. Bu 60 tiyin

cholga ikkinchi qayta 1 so‘m 20 tiyin to‘langandan qolgan pul bo‘lib, to‘lashdan oldin hamyonda 1 so‘m 20 tiyin + 60 tiyin = 1 so‘m 80 tiyin bo‘lgan.

Keyin: ikkinchi safar ikki hissa oshirilgandan so‘ng hamyonda 1 so‘m 80 tiyin bo‘lgan; ungacha hamyonda atigi 90 tiyin bo‘lgan; bu cholga birinchi safar 1 so‘m 20 tiyin to‘langandan qolgan pul. Bundan biz to‘lovdan ilgari hamyonda 90 tiyin + 1 so‘m 20 tiyin = 2 so‘m 10 tiyin borligini bilamiz. Birinchi safar ikki hissa oshirishdan keyin hamyonda o‘shancha pul bo‘lgan; ilgari esa bundan ikki hissa kam, ya‘ni 1 so‘m 5 tiyin bo‘lgan. Dehqon ana shu pul bilan o‘zini o‘zi *chuv tushiradigan* ishga kirishgan.

Javobni tekshirib ko‘ramiz:

Hamyondagi pul:

1-safar ikki hissa oshirilgandan keyin

$$1 \text{ so‘m } 5 \text{ tiyin} \times 2 = 2 \text{ so‘m } 10 \text{ tiyin.}$$

1-to‘lovdan keyin

$$2 \text{ so‘m } 10 \text{ tiyin} - 1 \text{ so‘m } 20 \text{ tiyin} = 90 \text{ tiyin.}$$

2-safar ikki hissa oshirilgandan keyin

$$90 \text{ tiyin} \times 2 = 1 \text{ so‘m } 80 \text{ tiyin.}$$

2-to‘lovdan keyin

$$1 \text{ so‘m } 80 \text{ tiyin} - 1 \text{ so‘m } 20 \text{ tiyin} = 60 \text{ tiyin.}$$

3-safar ikki hissa oshirilgandan keyin

$$60 \text{ tiyin} \times 2 = 1 \text{ so‘m } 20 \text{ tiyin.}$$

3-to‘lovdan keyin

$$1 \text{ so‘m } 20 \text{ tiyin} - 1 \text{ so‘m } 20 \text{ tiyin} = 0.$$

11. Hozirgi taqvim qadimgi rimliklar taqvimidan boshlanadi. Rimliklar esa (Yuliy Sezargacha) yil boshini 1-yanvardan emas, balki 1-martdan hisoblaganlar. Demak, dekabr u zamonda o‘ninchi oy bo‘lgan. Yil boshi 1-yanvarga ko‘chirilgani bilan oylarning nomlari o‘zgarmay qolavergan. Hozirgi ba‘zi oylarning nomlari bilan tartib raqamlari orasidagi uyg‘unsizlik ana shundan kelib chiqqan.

Oylarning nomlari	Nomning ma'nosi	Hozirgi tartib raqami
Sentabr	yettinchi	9
Oktabr	sakkizinchi	10
Noyabr	to'qqizinchi	11
Dekabr	o'ninchi	12

12. O'ylangan son ustida nima qilinganligini kuzatib boramiz. Eng avval shu uch xonali son yoniga yana bir qayta uning o'zi yozildi. Bu esa o'ylangan son yoniga uch nol yozib, keyin dastlabki sonni qo'shish bilan birdir, masalan:

$$872\ 872 = 872\ 000 + 872$$

Endi bu son ustida nimalar qilinganligi ravshan. U son 1000 marta ko'paytirildi. Bundan tashqari, uning o'zi qo'shildi. Qisqacha aytganda, son 1001 ga ko'paytirildi.

Keyin shu ko'paytmani nima qilishdi? Uni ketma-ket 7 ga, 11 ga va 13 ga bo'lishdi. Natijada uni $7 \times 11 \times 13$ ga, ya'ni 1001 ga bo'lishdi.

Shunday qilib, o'ylangan son avval 1001 ga ko'paytirilib, keyin 1001 ga bo'lindi. Natijada yana o'sha son hosil bo'lganiga taajjublanishning hojati bormi?

* * *

Dam olish uyidagi jumboqlarga doir bobni tamomlashdan oldin men arifmetikaga doir yana uchta fokus to'g'risida gapirib beraman. Keyin o'zingiz o'rtoqlaringizning bo'sh vaqtlarini topib, ular bilan shug'ullansangiz bo'ladi. Bu fokuslardan ikkitasi sonlarni topishga, uchinchisi esa narsalarning egalarini topishga doir.

Bu fokuslar eski, balki o'zingiz biladigan fokuslardir. Shunday bo'lsa-da, ular nimalarga asoslanganligini hamma ham bilavermasa kerak. Holbuki, fokusning nazariy asosini bilmay turib, uni ongli ravishda va ishonch bilan bajarib bo'lmaydi. Oldingi ikki fokusni asoslash

bizdan boshlang'ich algebra sohasiga juda sodda va hech bir og'ir kelmaydigan sayohat qilishni talab etadi.

13. O'chirilgan raqam

Biror o'rtog'ingiz qandaydir ko'p xonali sonni, masalan, 847 ni o'ylasin. O'rtog'ingizga shu sonning raqamlari yig'indisini topishni ($8 + 4 + 7 = 19$) va o'ylangan sondan shu yig'indini ayirishni taklif eting. Quyidagi son hosil bo'ladi:

$$847 - 19 = 828$$

Hosil bo'lgan sondan bitta raqamni (qaysinisi bo'lsa ham baribir) o'chirsin va qolgan raqamlarni sizga aytsin. Siz o'ylangan sonni bilmasangiz ham va uning ustida nimalar qilinganini ko'rmagan bo'lsangiz ham o'chirilgan raqam qaysi ekanini darhol o'rtog'ingizga aytib bera olasiz.

Xo'sh, buni qanday bajara olasiz va fokusning sirini ochish nimadan iborat?

Bu juda osonlik bilan bajariladi: shunday bir raqam topish kerakki, u sizga aytilgan raqamlar yig'indisi bilan birga 9 ga qoldiqsiz bo'linadigan, eng yaqin sonni tashkil etsin. Masalan, 828 sonida birinchi raqam (8) o'chirilib, sizga 2 va 8 raqamlari aytilgan bo'lsa, u holda 2 ga 8 ni qo'shib, 9 ga bo'linadigan eng yaqin songa, ya'ni 18 ga 8 yetmasligini bilasiz. O'chirilgan raqam xuddi ana shu raqamdir.

Nega shunday bo'ladi? Chunki, agar biror sondan uning raqamlari yig'indisi ayirilsa, 9 ga bo'linadigan son, boshqacha aytganda, raqamlarining yig'indisi 9 ga bo'linadigan son qolishi kerak. Darhaqiqat, o'ylangan sondagi yuzlar raqami a , o'nlar raqami b va birlar raqami c bo'lsin. Demak, shu sonda hammasi bo'lib:

$$100a + 10b + c$$

birlik bor. Shu sonda uning $a + b + c$ raqamlari yig'indisini ayiramiz va quyidagini hosil qilamiz: